



Recopilación de problemas aplicados en la primera etapa en los últimos cinco años en Olimpiada Estatal de Matemáticas



Año 2006

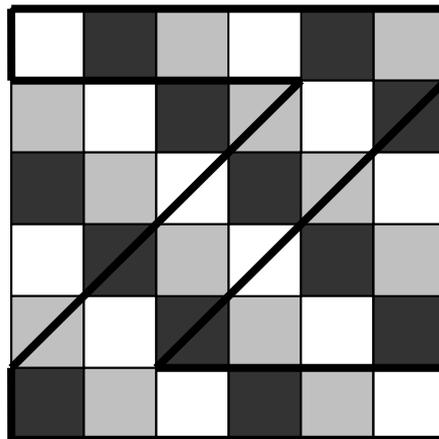
OLIMPIADA SONORENSE DE MATEMÁTICAS

EXAMEN PRIMERA ETAPA

INSTRUCCIONES:

- I. Encierra en la hoja de respuestas el círculo que corresponde a la respuesta correcta.
- II. No se permite el uso de calculadores ni apuntes.
- III. Los estudiantes de secundaria deberán contestar los problemas del 1 al 10.
- IV. Los estudiantes de preparatoria deberán contestar los problemas del 6 al 15.
- V. Tiempo máximo para resolver el examen: 2 horas.

1. En la siguiente cuadrícula se ha dibujado una "Z" en su interior, ¿de qué color hay más área dentro de la "Z"?

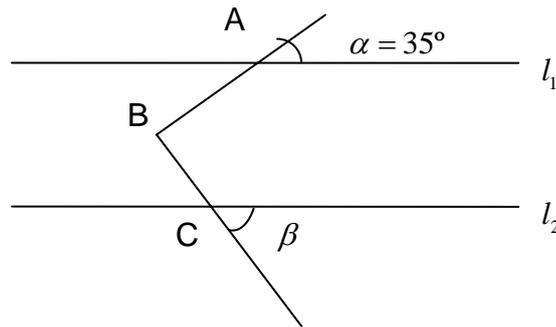


- a) Blanco b) Negro c) Gris d) Hay igual área de cada color
2. ¿Cuál es número que sigue en la siguiente lista: 1, 3, 7, 15, 31?
a) 71 b) 47 c) 53 d) 63 e) 39
3. ¿Cuántos números de dos dígitos (es decir, números mayores que 9 y menores que 100) cumplen que la suma de sus dígitos es par?
a) 50 b) 45 c) 25 d) 10 e) 90
4. Se escriben todos los números del 1 al 2006 en una lista de la siguiente manera: 123456789101112...100010011002...200420052006. ¿Cuál dígito se escribió más veces?

- a) el 1 b) el 2 c) el 5 d) el 6 e) el 9
5. A un cubo de $4 \times 4 \times 4$ se le pintan sus cara de rojo, después se divide en 64 cubitos de $1 \times 1 \times 1$. ¿Cuántos de los cubitos de $1 \times 1 \times 1$ tienen pintadas 1 o 2 caras exactamente?

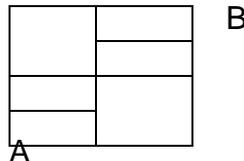
- a) 52 b) 56 c) 24 d) 48 e) 16

6. En la siguiente figura, si las líneas l_1 y l_2 son paralelas, el ángulo $\angle ABC = 90^\circ$, y el ángulo $\alpha = 35^\circ$. ¿Cuánto vale el ángulo β ?



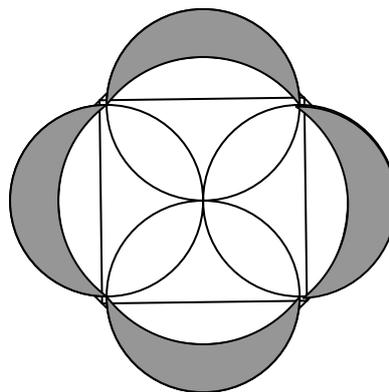
- a) 35° b) 45° c) 55° d) 65° e) 75°

7. En la siguiente figura, cuántas rutas distintas puede seguir una hormiga para ir de la esquina A a la esquina B, si sólo puede caminar sobre las líneas negras, y sólo se puede mover hacia arriba y hacia la derecha.



- a) 6 b) 9 c) 10 d) 11 e) 16

8. La figura muestra un cuadrado de lado 2, cuatro círculos con diámetros sobre los lados del cuadrado, y un círculo circunscrito (que contiene a los vértices de) al cuadrado. ¿Cuánto vale el área sombreada?



- a) $4(\pi - 1)$ b) 2π c) $4 - \pi$ d) π e) 4

9. En una rifa de un automóvil, la computadora que seleccione el número ganador lo hace de la siguiente forma: primero escoge al azar un número de dos cifras (mayor que 9 y menor que 100), a este número le resta la suma de sus cifras,

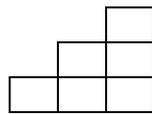
finalmente selecciona nuevamente al azar un número de entre los números 1, 4 y 6, y se lo suma al resultado anterior. El número así obtenido es el ganador. Por ejemplo, si la computadora selecciona al azar el 16, primero le resta 7 (que es la suma de las cifras de 16, $1+6=7$) y da 9, finalmente selecciona al azar el número 6 y se los suma al 9, y el número ganador es 15. ¿Cuál de los siguientes no puede ser un número ganador?

- a) 28 b) 55 c) 74 d) 24 e) 37

10. ¿Cuántos números capicúa de tres dígitos son múltiplos de tres? (Los números menores que 100 NO se consideran de tres dígitos.) Nota: Un número es capicúa si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Por ejemplo: 121 es un número capicúa, pero no es múltiplo de 3, mientras que 252 es capicúa y múltiplo de tres.

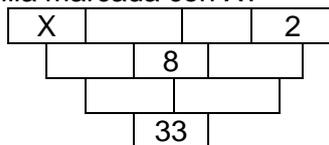
- a) 9 b) 18 c) 27 c) 30 c) 72

11. El pequeño Luis tiene que hacer una figura que consiste de diez columnas, la primera tiene un solo cuadrado, la segunda tiene dos cuadrados, y así, hasta la última que tiene 7 cuadrados. ¿Cuántos palillos necesita Luis, si cada cuadrado se forma con 4 palillos? Nota: dos cuadrados comparten un mismo palillo si tienen un lado en común. A continuación se muestra la figura hasta la tercera columna.



- a) 70 b) 56 c) 42 d) 112 e) 67

12. Originalmente, la siguiente figura estaba tenía un número en cada casilla, con la propiedad de que un número en una casilla (de la segunda fila para abajo) era igual a la suma de los números en las dos casillas que están inmediatamente arriba de ella. Al paso del tiempo alguno de los números se han borrado, y sólo quedaron los que se muestran. ¿Qué número había originalmente en la casilla marcada con X?

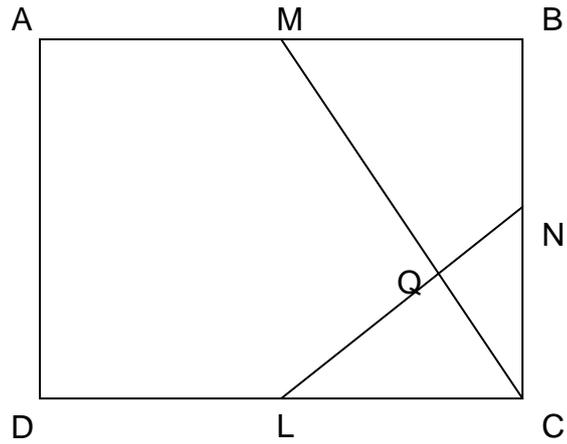


a) 1 b) 7 c) 8 d) 23 e) No se puede saber

13. Ángel tiene 2006 dígitos cero, 2006 dígitos uno, 2006 dígitos dos, 2006 dígitos tres, y así sucesivamente, hasta 2006 dígitos 9. Si Ángel tiene que ir formando los números: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ... ¿Cuál es el primer número que ya no puede escribir Ángel porque se le ha terminado alguno de los dígitos que necesita para escribirlo?

- a) 3169 b) 3187 c) 3199 d) 18054 e) 11007

14. En la siguiente figura $ABCD$ es un rectángulo donde $AB=12$ y $BC=9$. M, N y L son los puntos medios de los lados AB, BC y CD , respectivamente. Y Q es la intersección de los segmentos MC y LN . ¿Cuánto mide QN ?



- a) $\frac{5}{2}$ b) $\frac{15}{4}$ c) 3 d) $\frac{\sqrt{33}}{4}$ e) 5

15. El señor Pérez tiene varias hijas. En una ocasión le preguntaron cuántas hijas tenía, y el respondió lo siguiente: "Para hallar la respuesta tendrás que pensar un poco. Mira: todas mis hijas son de distintas edades, la suma de sus edades es 25, y el producto de las edades termina en 1". ¿Cuántas hijas tiene el señor Pérez?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) No se puede saber

Año 2005

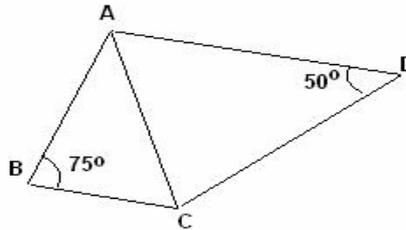
Problema 1. Encuentre el valor de $((2 + 2)(2 + 2))^2$.

- a) 8^2 b) 64 c) 32 d) 256 e) 512

Problema 2. La suma de tres números impares consecutivos es igual a 27. ¿Cuál es el número más pequeño de esos tres?

- a) 11 b) 9 c) 8 d) 7 e) 5

Problema 3. En la siguiente figura, $AD=DC$, $AB=AC$, el ángulo $\angle ABC$ mide 75° y el ángulo $\angle ADC$ mide 50° . ¿Cuánto mide el ángulo $\angle BAD$?



- a) 30° b) 85° c) 95° d) 125° e) 140°

Problema 4. La señora Pérez tiene 5 hijas, cada una de ellas tiene 4 hijas y cada una de ellas tiene a su vez tres hijas. ¿Cuántas descendientes tiene la señora Pérez?

- a) 12 b) 60 c) 17 d) 85 e) 72

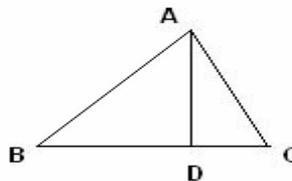
Problema 5. ¿Cuántos números enteros hay entre 1 y 2005, que son múltiplos de 7 y no son pares?

- a) 143 b) 144 c) 287 d) 286 e) 307

Problema 6. Si cada letra C,A,N,G,U,R,O,S corresponde a un dígito, entonces $10,000 \times \text{UROS} - 10,000 \times \text{CANG} + \text{CANGUROS}$ es igual a:

- a) UROSUROS b) UROSCANG c) CANGCANG d) CANGUROS e) CARUNGOS

Problema 7. En el triángulo ABC se cumple que $AB=BC=5$ y $AC=\sqrt{10}$. Si AD es la altura del triángulo, calcule DC .



- a) $\sqrt{5}$ b) 3 c) 1 d) $\sqrt{2}$ e) 2

Problema 8. Luis compró una bolsa con 2000 caramelos de 5 colores. 387 de ellos eran blancos, 396 amarillos, 402 rojos, 407 verdes y 408 cafés. Decidió comerse los caramelos de la siguiente forma: sin mirar, sacaba tres de la bolsa, si los tres eran del mismo color, se los comía, si no, los regresaba a la bolsa. Continuó así hasta que sólo quedaron dos caramelos en la bolsa, ¿de qué color eran?

- a) blancos b) amarillos c) rojos d) verdes e) cafés

Problema 9. Edgar y Raúl apostaron según las siguientes reglas: van a lanzar un dado normal (con los números del 1 al 6 en sus caras) y una moneda (con los números 1 y 2 marcados en sus

caras). Después multiplicarán el número que salga en el dado con el que salga en la moneda. Si el resultado es par gana Edgar, y si el resultado es impar, gana Raúl. ¿Qué probabilidad tiene Edgar de ganar?

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{5}{6}$

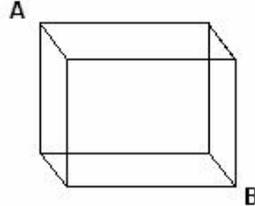
Problema 10. ¿Cuál es el último dígito de 7^{2005} ?

- a) 7 b) 9 c) 3 d) 1 e) 5

Problema 11. Una caja que compró mamá está llena de chocolates en forma de cubo. Sara se comió todos los del piso de arriba, que eran 77. Después se comió 55, que eran los que quedaban en un costado. Finalmente se comió los que quedaban en frente. ¿Cuántos chocolates sobraron en la caja?

- a) 203 b) 256 c) 295 d) 300 e) 305

Problema 12. En el siguiente cubo, ¿de cuántas formas se puede ir de **A** a **B** sobre las aristas sin pasar dos veces por el mismo vértice y sin subir?



- a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 15

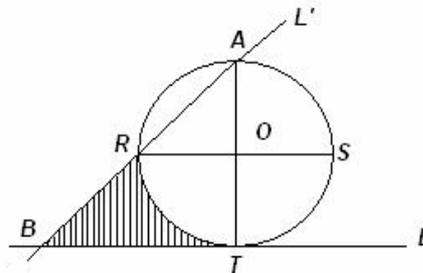
Problema 13. Un cuadrado tiene perímetro P y área Q . Dada la ecuación $3P=2Q$, determine el valor de P .

- a) 10 b) 12 c) 24 d) 36 e) 48

Problema 14. ¿De cuántas formas distintas pueden colorearse los lados de un triángulo equilátero con cuatro colores distintos, si suponemos que un mismo color se puede emplear en lados distintos y que dos coloraciones son iguales si difieren en un giro del triángulo en el plano?

- a) 4 b) 20 c) 24 d) 16 e) 8

Problema 15. El círculo de la figura tiene centro en **O** y su diámetro mide 3. Los segmentos **AT** y **RS** son diámetros perpendiculares al círculo. La recta **L** es tangente al círculo en el punto **T**. **B** es la intersección de la recta **L** con la recta **L'**. Calcular el área de la región sombreada.



- a) $\frac{3}{2}\pi - \frac{9}{16}$ b) $\frac{2\pi}{3}$ c) $\frac{9-\pi}{16}$ d) $\frac{3}{4\pi}$ e) $\frac{27}{8} - \frac{9\pi}{16}$

Año 2004

Problema 1. Papá y Mamá Canguro tienen 3 hijas, y cada hija tiene dos hermanos. ¿Cuántos miembros tiene la familia Canguro?

- a) 5 b) 7 c) 8 d) 9 e) 11

Problema 2. Si se escriben todos los múltiplos de 5 menores que 200, ¿cuántos 1's se usan?

- a) 4 b) 6 c) 8 d) 22 e) 24

Problema 3. Si a y b son dos enteros positivos con máximo común divisor 3 y $\frac{a}{b} = 0.4$,

¿cuánto vale ab ?

- a) 10 b) 18 c) 30 d) 36 e) 90

Problema 4. Cuatro paquetes se pesan por parejas en todas las posibles combinaciones. Los pesos obtenidos son 5 kg. 6 kg. 8 kg. 9 kg. 11 kg. 12 kg. El peso total de los cuatro paquetes es

- a) 8.5 kg. b) 12.75 kg. c) 17 kg. d) 34 kg. e) 51 kg.

Problema 5. En cierto mes tres domingos fueron días con número par. ¿Qué día de la semana fue el día 20 de ese mes?

- a) lunes b) martes c) miércoles d) jueves e) sábado

Problema 6. En una caja se tienen 20 pares de zapatos completos de tres colores distintos y de tres tamaños distintos; si en la caja hay:

4 pares de zapatos rojos, 1 chico, 1 mediano y 2 grandes,

7 pares de zapatos verdes, 2 chicos, 2 medianos y 3 grandes,

9 pares de zapatos azules, 2 chicos, 3 medianos y 4 grandes.

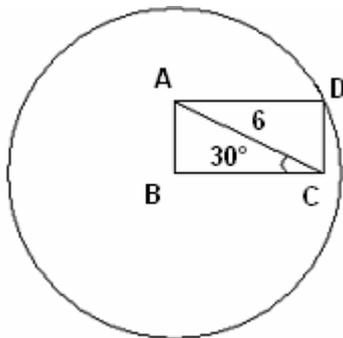
¿Cuál es la cantidad mínima de zapatos que debe sacarse para estar seguros de que se ha sacado un par completo del mismo color y tamaño?

- a) 4 b) 16 c) 20 d) 21 e) 30

Problema 7. ¿Por cual dígito debe sustituirse la letra "a" para que $864,2a2$ sea divisible entre 4?

- a) 2 b) 4 c) 5 d) 6 e) 8

Problema 8. En la siguiente figura, el rectángulo ABCD está en el interior de la circunferencia de tal manera que el vértice B es el centro de la circunferencia y D está sobre la circunferencia, si $AC = 6$. ¿Cuál es el diámetro de la circunferencia?



- a) 6 b) 8 c) 10 d) 12 e) 6π

Problema 9. ¿Cuántos números hay entre 100 y 300 que no sean divisibles entre 3 ni entre 5?

- a) 92 b) 106 c) 107 d) 108 e) 140

Problema 10. Juanito tenía un cupón del 20% de descuento sobre el total a pagar de su compra en la tienda de la Olimpiada y decidió ir a comprar una taza. Al llegar a la tienda se encontró con que la taza tenía un 30% de descuento, ¿cuál es el descuento total que obtendrá Juanito si utiliza su cupón?

- a) 36% b) 44% c) 50% d) 60% e) 66%

Problema 11. Un triángulo rectángulo de catetos 12, 16 está inscrito en una circunferencia, ¿Cuál es el radio de dicha circunferencia?

- a) 6 b) 8 c) 10 d) 14 e) 28

Problema 12. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número $5^{2004} \times 2^{2000}$?

- a) 10 b) 13 c) 14 d) 15 e) 2004

Problema 13. Juan ha decidido repartir sus 35 canicas entre sus primo, de manera que nadie tenga la misma cantidad de canicas ¿Cuál es la máxima cantidad de primos a los que se les puede repartir sus canicas?

- a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

Problema 14. ¿Cuánto es $7^7+7^7+7^7+7^7+7^7+7^7+7^7$?

- a) 49^7 b) 7^7 c) 7^8 d) 343 e) 7^{49}

Problema 15. ¿Cuánto es la mitad de 4^{2004} ?

- a) 2^{2004} b) 4^{2003} c) 4^{1002} d) 2^{4007} e) 2^{1002}

Año 2003

Problema 1. Un costal está lleno de canicas de 20 colores distintos. Al azar se van sacando canicas del costal. ¿Cuál es el mínimo número de canicas que deben sacarse para poder garantizar que en la colección tomada habrá al menos 100 canicas del mismo color?

- a) 1981 b) 1995 c) 2001 d) 2003 e) Otra

Problema 2. En la figura, el área del cuadrado de mayor tamaño es igual a 1 m^2 . Una de sus diagonales se divide en tres segmentos de la misma longitud. El segmento de en medio es la diagonal del cuadrado gris. ¿Cuál es el área del cuadrado gris?

- a) $1/3 \text{ m}^2$ b) $1/9 \text{ m}^2$ c) $1/6 \text{ m}^2$ d) $1/4 \text{ m}^2$ e) Otra

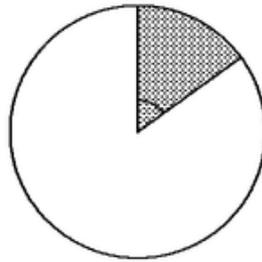
Problema 3. $99 - 97 + 95 - 93 + \dots + 3 - 1 =$

- a) 32 b) 48 c) 50 d) 64 e) Otra

Problema 4. El entrenador más experimentado del circo necesita 40 minutos para lavar un elefante. Su hijo lleva a cabo la misma tarea en 2 horas. ¿Cuántos minutos tardarán el entrenador y su hijo en lavar 3 elefantes trabajando juntos?

- a) 90 b) 120 c) 200 d) 280 e) Otra

Problema 5. Me comí una rebanada de un pastel redondo que representaba el 15 % del pastel, como indica la figura. ¿Cuál es el ángulo que abarca la rebanada del pastel?

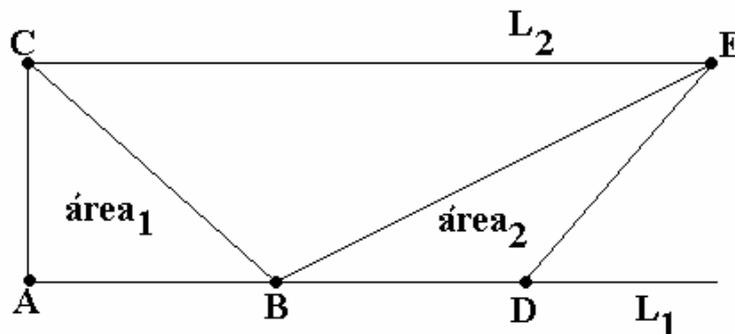


- a) 15° b) 36° c) 45° d) 54° e) Otra

Problema 6. Si efectuamos el producto de todos los números impares comprendidos entre 7 y 2003, ¿cuál es la cifra de las unidades del número así obtenido?

- a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) Otra

Problema 7. En la figura, L_1 y L_2 son rectas paralelas, además $AB=BD$, ¿Cuál es la relación entre las áreas de los triángulos ABC y BDE?



- a) $\text{area}_1 > \text{area}_2$ b) $\text{area}_1 < \text{area}_2$ c) $\text{area}_1 = \text{area}_2$ d) No se puede saber e) Otra

Problema 8. De la ciudad **A** a la ciudad **B** hay 3 caminos, de la ciudad **A** a la ciudad **C** hay 5 caminos, de la ciudad **B** a la **D** hay 2 caminos y de la ciudad **C** a la **D** hay dos caminos. Ningún camino que une dos ciudades pasa por otra. ¿Cuántas formas hay de ir de la ciudad **A** a la **D**?

a) 5 b) 7 c) 16 d) 60 e) Otra

Problema 9. Un triángulo rectángulo tiene hipotenusa 6 y perímetro 14, ¿cuál es su área?

a) 3 b) 7 c) 10 d) 14 e) Otra

Problema 10. Yo salí de mi casa en automóvil a las 8:00 de la mañana. Un automóvil que va al doble de mi velocidad sale también de mi casa, me alcanza exactamente a la mitad del camino y llega 90 minutos antes que yo a nuestro lugar de destino. ¿A qué hora salió el otro automóvil?

a) 8:00 h b) 8:30 h c) 9:00 h d) 9:30 h e) Otra

Año 2002

Encierre en un círculo la respuesta que usted considere correcta.

1. A una determinada cantidad le sumo el 10% de si misma y a la cantidad así obtenida le resto su 10%.
¿Qué porcentaje de la cantidad original me queda?
a) 90% b) 99% c) 100% d) Ninguna de las anteriores.
2. Para pintar una alberca con fondo en forma de cuadrado de 4m de lado y 2m de profundidad se necesitó 6 lts. de pintura ¿Qué cantidad de pintura se requiere para pintar una alberca con fondo en forma rectangular con 8 metros de largo, 4m de ancho y 2m de profundidad.
a) 80/48 lts. b) 8 lts. c) 10 lts. d) Ninguna de las anteriores.
3. ¿De cuántas maneras distintas se pueden pagar \$5.00, usando monedas de 10 y 20 centavos?
a) 26 b) 1 c) 25 d) Ninguna de las anteriores.
4. El cuadrado que se muestra en la figura es un cuadrado mágico. Esto quiere decir que la suma de los números de cualquier columna, renglón o diagonal tiene que ser igual. ¿Cuánto vale N?

| | | |
|----|---|----|
| 16 | N | |
| 11 | | 15 |
| 12 | | |

- a) N=10 b) N=12 c) N=9 d) Ninguna de las anteriores.
5. Alejandro tiene en su cajonera 9 pares de calcetines, pero como es descuidado los tiene todos revueltos. Tiene tres pares de calcetines rojos, dos pares de azules, dos pares de negros y dos pares blancos ¿Cuántos calcetines tiene que sacar para asegurar que escoja un par del mismo color?
a) 8 b) 5 c) 6 d) Ninguna de las anteriores.
6. ¿Cuántos números enteros positivos n, satisfacen la desigualdad: $2/5 < n/17 < 11/13$.
a) 6 b) 10 c) 8 d) Ninguna de las anteriores.
7. El 70% de los habitantes de un país habla un idioma y el 60% de la misma población habla otro idioma ¿Qué porcentaje de la población habla los dos idiomas, sabiendo que cada habitante habla al menos uno de ellos?
a) 30% b) 25% c) 10% d) Ninguna de las anteriores.
8. En un conjunto de cinco números, el promedio de los primeros tres es 15 y el promedio de los últimos dos es 10. ¿Cuánto vale el promedio de los cinco números?
a) 12.5 b) 20 c) 13 d) Ninguna de las anteriores.
9. ¿Cuántos números enteros mayores que 10 y menores de 100 disminuyen en 9 unidades cuándo sus dígitos se invierten de lugar.
a) 8 b) 9 c) 11 d) Ninguna de las anteriores.
10. ¿Cuántos números de cinco cifras se pueden escribir usando sólo los dígitos 0, 1, 2, 3, 4?
a) 5^5 b) 4×5^4 c) 4×5^5 d) Ninguna de las anteriores.